

**PEMODELAN MULTIPLE PULSE WIDTH MODULATION  
BERBASIS FOURIER SERIES UNTUK JUMLAH PULSA SEBANYAK TIGA**

**Anak Agung Ngurah Gde Sapteka<sup>1)</sup>, Kadek Amerta Yasa<sup>2)</sup>, I Nengah Suparta<sup>3)</sup>,  
Anak Agung Ngurah Made Narottama<sup>4)</sup>**

1,2,3,4) Jurusan Teknik Elektro, Politeknik Negeri Bali

<sup>1)</sup>sapteka@pnb.ac.id, <sup>2)</sup>amerta.yasa@pnb.ac.id, <sup>3)</sup>supartangh@pnb.ac.id, <sup>4)</sup>narottama@pnb.ac.id

**ABSTRACT**

This article discusses multiple PWM modeling for three pulses based on Fourier series equations. The method compares the multiple PWM graph for three pulses to the Fourier series equation. This comparison was made using the online Desmos Software for several pulse widths, namely  $\pi/4$ ,  $\pi/6$ , and  $\pi/10$ . Next, the appropriate Fourier series equation determines the PWM graph at several pulse widths. In this research, we have found several coefficients, namely  $\alpha$  (pulse width),  $\beta$  (space width), and  $\gamma$  (pulse midpoint) of the Fourier Series equation as stated in Equation 2. This research aims to make it easier for designers to design power electronics inverters.

**ABSTRAK**

Artikel ini membahas tentang pemodelan PWM jamak untuk tiga pulsa berdasarkan persamaan deret Fourier. Metode yang digunakan adalah dengan membandingkan grafik PWM jamak untuk tiga pulsa dengan persamaan deret Fourier. Perbandingan ini dilakukan dengan menggunakan perangkat lunak Desmos online untuk beberapa lebar pulsa yaitu  $\pi/4$ ,  $\pi/6$ , dan  $\pi/10$ . Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memperoleh persamaan deret Fourier Selanjutnya persamaan deret Fourier yang sesuai menentukan grafik PWM pada beberapa lebar pulsa. Dalam penelitian ini ditemukan beberapa koefisien yaitu  $\alpha$  (lebar pulsa),  $\beta$  (lebar spasi), dan  $\gamma$  (titik tengah pulsa) dari persamaan Deret Fourier seperti yang tertera pada Persamaan 2. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memudahkan perancang dalam merancang inverter elektronika daya.

**Kata kunci:** multiple PWM; Fourier series; pemodelan, elektronika daya; inverter

**1. PENDAHULUAN**

Penelitian yang dilakukan oleh Thiam *et al.* menyajikan perbandingan studi tentang teknik inverter satu fasa orde tertentu yakni tentang tegangan dan arus pada rangkaian PWM sinusoidal serta tegangan dan arus pada rangkaian PWM sinusoidal (SPWM) (Thiam *et al.*, 2019). Hasil modifikasi selanjutnya dikembangkan dalam teknik *Space Vector Pulse width Modulation* (SVPWM) yang menghasilkan bentuk gelombang penggerak gerbang yang sesuai untuk masing-masing siklus PWM. Teknik SVPWM dapat bekerja pada semua jenis multilevel inverter (*capacitor clamped, cascaded, diode clamped*) yang membentuk satu segitiga akan memberikan siklus kerja dengan model matematis tertentu (Rahman *et al.*, 2014; Setiyono, 2022).

Penelitian mengenai implementasi metode PWM sebagai kendali lampu belajar secara otomatis berbasis Arduino dilakukan oleh Marpaung *et al.* Pada penelitian ini ditampilkan persamaan arus terhadap waktu untuk PWM LED *dimming driver* (Marpaung & Al Hafiz, 2021). Sedangkan Fathoni *et al.* pada tahun yang sama meneliti tentang rancang bangun rangkaian inverter SPWM unipolar 1 fasa dengan pengaturan frekuensi output (Fathoni *et al.*, 2020).

Selain itu juga ada penelitian menggunakan teknik PWM tentang ketinggian pada penampungan limbah dengan menggunakan pompa DC yang menyalurkan limbah ke penampungan lainnya dengan

kecepatan yang diatur sehingga sistem penyaluran dapat berjalan dengan otomatis (Lubis & Yanie, 2022). Selanjutnya penelitian pada tahun 2024 mengenai pemanfaatan sinyal PWM pada pengendalian kecepatan gerbang parkir otomatis menggunakan pemodelan sistem PID telah dilakukan oleh Gustama *et al.* Penggunaan metode *trial error* berhasil mendapatkan nilai paling efektif pada pemanfaatan pin sinyal PWM pada driver motor dengan  $K_p = 10$ ,  $K_i = 1.9$ , dan  $K_d = 0.8$  untuk mendapatkan kondisi *steady state* terbaik dan tanpa overshoot sehingga gerendel gerbang parkir otomatis dapat membuka dan menutup secara efektif (tidak terlalu cepat juga tidak terlalu lambat) (Gustama *et al.*, 2024).

Berdasarkan hasil penelitian sebelumnya, maka pada artikel ini disajikan hasil penelitian mengenai pemodelan *multiple* PWM untuk jumlah pulsa sebanyak tiga berbasis Fourier Series. Tujuan dari adalah untuk memudahkan perancang dalam merancang inverter elektronika daya serta memberi data dukung pada Penelitian Unggulan Strategis Politeknik Negeri Bali para peneliti yang mengambil tema Aplikasi *Water Level Sensor* Berbasis *Internet of Things* Sebagai Sistem Peringatan Dini Banjir.

**2. TINJAUAN PUSTAKA**

Prinsip utama dari penelitian ini dikembangkan berdasarkan persamaan Fourier Series, yakni suatu persamaan sebagai berikut (P.S. Bimbhra, 2022). Hal

ini disebabkan Persamaan (1) tidak cocok digunakan untuk *multiple* PWM lebih dari dua pulsa.

$$V(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{8V_{dc}}{n\pi} \sin n\gamma \times \sin n \frac{\alpha}{2} \quad (1)$$

Keterangan:

$V(t)$  = Tegangan output

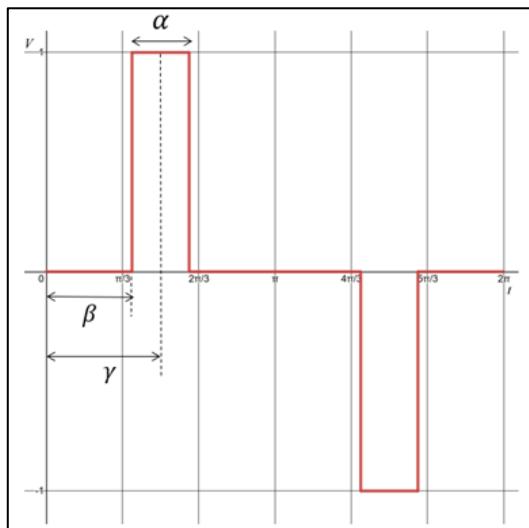
$V_{dc}$  = Tegangan input = 1 V

$\gamma$  = Titik Tengah Pulsa

$\alpha$  = Lebar Pulsa

### 3. METODOLOGI

Penelitian ini dilakukan membandingkan grafik PWM untuk jumlah pulsa = 3 dengan metode Fourier Series. Grafik dibandingkan dengan menggunakan Software Desmos secara online melalui link <https://www.desmos.com> untuk beberapa lebar pulsa yakni  $\pi/4$ ,  $\pi/6$  dan  $\pi/10$ . Selanjutnya ditentukan persamaan Fourier Series yang sesuai untuk menentukan grafik PWM dengan jumlah pulsa = 3 pada lebar pulsa tertentu. Persamaan Fourier Series diperoleh dengan menentukan beberapa koefisien yakni  $\alpha$  (lebar pulsa),  $\beta$  (lebar spasi), dan  $\gamma$  (titik tengah pulsa) yang dijelaskan pada Gambar 1. Ketiga koefisien ini akan menghasilkan pulsa sejumlah 3 yang dirancang berulang setiap siklusnya yakni setiap  $360^\circ$  atau  $2\pi$  radian. Posisi titik tengah pulsa berada pada posisi yang sama dengan lebar spasi ditambah setengah dari lebar pulsa. Sumbu horizontal menunjukkan sudut dalam derajat atau radian, sedangkan sumbu vertikal menunjukkan tegangan output.



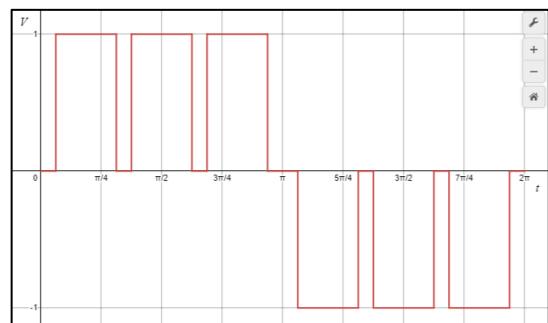
Sumber: penulis, 2024

Gambar 1. Koefisien Persamaan Fourier Series

Selanjutnya menemukan persamaan Fourier Series yang baru yakni Persamaan (2). Persamaan yang baru ini, sepanjang pengetahuan penulis, belum ada pada berbagai buku maupun jurnal referensi.

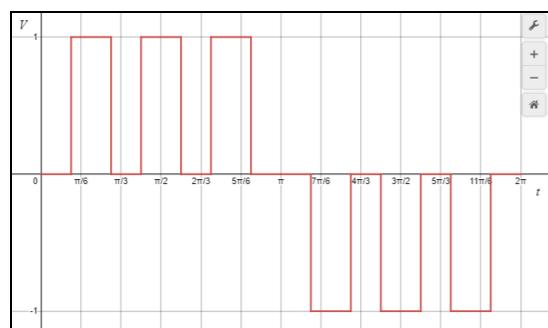
### 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Adapun grafik *multiple* PWM untuk pulsa = 3, serta lebar pulsa berturut-turut sebesar  $\pi/6$ ,  $\pi/4$ , dan  $\pi/10$ , ditunjukkan pada Gambar 2, Gambar 3 dan Gambar 4. Penggambaran ini secara manual pada Software Desmos.



Sumber: penulis, 2024

Gambar 2. Multiple PWM pulsa = 3,  $\alpha = \pi/4$



Sumber: penulis, 2024

Gambar 3. Multiple PWM pulsa = 3,  $\alpha = \pi/6$



Sumber: penulis, 2024

Gambar 4. Multiple PWM pulsa = 3,  $\alpha = \pi/10$

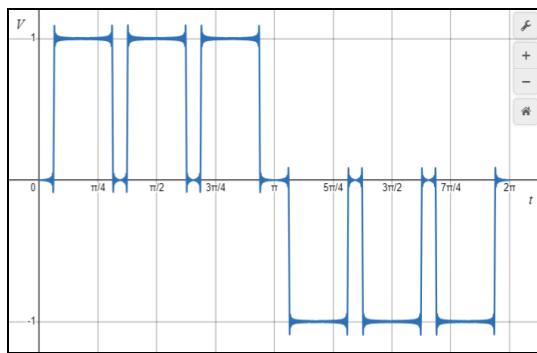
Penelitian ini menemukan Persamaan (2) yang sesuai dengan hasil grafik pada Gambar 2, Gambar 3 dan Gambar 4. Koefisien  $\gamma_1$  bernilai sama dengan lebar spasi ditambah setengah dari lebar pulsa, dan koefisien  $\gamma_N$  bernilai  $\pi/2$ .

$$V(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{8V_{dc}}{n\pi} \sin n\gamma_1 \times \sin n \frac{\alpha}{2} \times \sin n\omega t \\ + \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4V_{dc}}{n\pi} \sin n\gamma_N \times \sin n \frac{\alpha}{2} \\ \times \sin n\omega t \quad (2)$$

Persamaan (2) digunakan untuk grafik *multiple PWM* untuk pulsa = 3, lebar pulsa =  $\pi/4$  dan diperoleh Persamaan (3).

$$V(t) = \sum_{n=0}^{200} \frac{8}{(2n+1)\pi} \sin \left( (2n+1) \frac{3\pi}{16} \right) \\ \times \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{8} \right) \times \sin \left( (2n+1)\omega t \right) \\ + \sum_{n=0}^{200} \frac{4}{(2n+1)\pi} \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \\ \times \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{8} \right) \times \sin \left( (2n+1)\omega t \right) \quad (3)$$

Grafik *multiple PWM* untuk pulsa = 3, lebar pulsa =  $\pi/4$  sesuai Persamaan (3) ditunjukkan pada Gambar 5.



Sumber: penulis, 2024

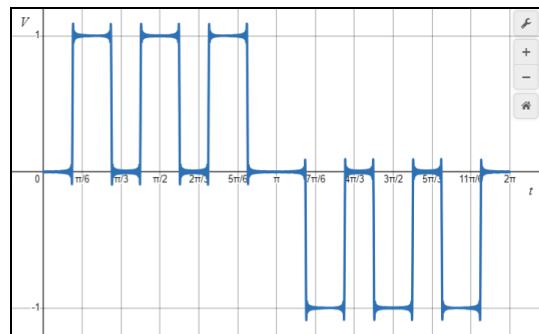
**Gambar 5. Multiple PWM dengan lebar pulsa =  $\pi/4$  menggunakan Persamaan (3)**

Dengan membandingkan Gambar 2 dan Gambar 5 menggunakan Persamaan (3) untuk  $n = 200$  diperoleh hasil yang serupa. Hal ini menunjukkan bahwa Persamaan (2) sudah sesuai digunakan pada *multiple PWM* dengan lebar pulsa =  $\pi/4$ .

Selanjutnya Persamaan (2) digunakan untuk menggambarkan grafik *multiple PWM* untuk pulsa = 3, lebar pulsa =  $\pi/6$  dan diperoleh Persamaan (4).

$$V(t) = \sum_{n=0}^{200} \frac{8}{(2n+1)\pi} \sin \left( (2n+1) \frac{5\pi}{24} \right) \\ \times \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{12} \right) \times \sin \left( (2n+1)\omega t \right) \\ + \sum_{n=0}^{200} \frac{4}{(2n+1)\pi} \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \\ \times \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{12} \right) \times \sin \left( (2n+1)\omega t \right) \quad (4)$$

Grafik *multiple PWM* untuk pulsa = 3, lebar pulsa =  $\pi/6$  sesuai Persamaan (4) ditunjukkan pada Gambar 6.



Sumber: penulis, 2024

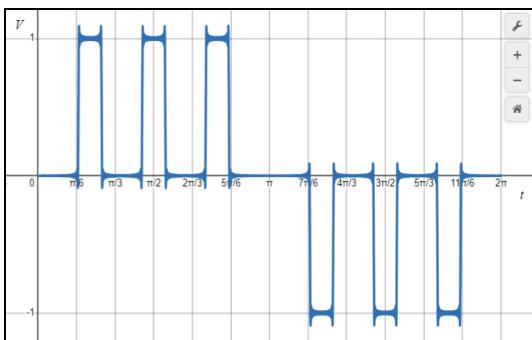
**Gambar 6. Multiple PWM dengan lebar pulsa =  $\pi/6$  menggunakan Persamaan (4)**

Dengan membandingkan Gambar 3 dan Gambar 6 menggunakan Persamaan (4) untuk  $n = 200$  diperoleh hasil yang serupa. Hal ini menunjukkan bahwa Persamaan (2) sudah sesuai digunakan pada *multiple PWM* dengan lebar pulsa =  $\pi/6$ .

Selanjutnya Persamaan (2) digunakan untuk menggambarkan grafik *multiple PWM* untuk pulsa = 3, lebar pulsa =  $\pi/10$  dan diperoleh Persamaan (5).

$$V(t) = \sum_{n=0}^{200} \frac{8}{(2n+1)\pi} \sin \left( (2n+1) \left( \frac{7\pi}{40} + \frac{\pi}{20} \right) \right) \\ \times \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{20} \right) \times \sin \left( (2n+1)\omega t \right) \\ + \sum_{n=0}^{200} \frac{4}{(2n+1)\pi} \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \\ \times \sin \left( (2n+1) \frac{\pi}{20} \right) \times \sin \left( (2n+1)\omega t \right) \quad (5)$$

Grafik *multiple PWM* untuk pulsa = 3, lebar pulsa =  $\pi/10$  sesuai Persamaan (5) ditunjukkan pada Gambar 7.



Sumber: penulis, 2024

**Gambar 7. Multiple PWM dengan lebar pulsa =  $\pi/10$  menggunakan Persamaan (5)**

Dengan membandingkan Gambar 4 dan Gambar 7 menggunakan Persamaan (5) untuk  $n = 200$  diperoleh hasil yang serupa. Hal ini menunjukkan bahwa Persamaan (2) sudah sesuai digunakan pada multiple PWM dengan lebar pulsa =  $\pi/10$ .

## 5. PENUTUP

### 5.1. Kesimpulan

Pada penelitian disimpulkan pemodelan yang tepat untuk *multiple* PMW untuk jumlah pulsa sebanyak tiga sesuai dengan persamaan yang penulis temukan, yakni Persamaan (2) berbasis Fourier Series. Hal ini ditunjukkan dengan membandingkan Gambar 2 (manual) dengan Gambar 5 sebagai hasil Persamaan (3), juga dengan membandingkan Gambar 3 (manual) dengan Gambar 6 sebagai hasil Persamaan (4), serta dengan membandingkan Gambar 4 (manual) dengan Gambar 6 sebagai hasil Persamaan (5).

### 5.2. Saran

Saran Penelitian dapat dikembangkan untuk memperoleh pemodelan pada jumlah pulsa lebih daripada tiga. Hal ini karena pada berbagai buku atau jurnal referensi belum ditampilkan persamaan Fourier Series yang sesuai.

## DAFTAR PUSTAKA

- Fathoni, Pracoyo, A., Winarno, T., & Sabillah, R. (2020). *Rancangbangun Rangkaian Inverter Spwm Unipolar 1 Fasa Dengan Pengaturan Frekuensi Output*. Jurnal Teknik: Ilmu Dan Aplikasi, 8(1), 46–49.
- Gustama, A., Hadikusuma, R. S., & Hidayat, R. (2024). *Utilization of PWM Signals in Automatic Parking Gate Speed Control Using PID System Modeling*. JTEV (Jurnal Teknik Elektro Dan Vokasional), 10(1), 29. <https://doi.org/10.24036/jtev.v9i2.115893>
- Lubis, F. B., & Yanie, A. (2022). *Implementasi Pulse Width Modulation (PWM) Pada Penyaluran Limbah Cair Pupuk Kelapa Sawit Berbasis Arduino*. Journal of Electrical Technology, 7(2).
- Marpaung, P., & Al Hafiz, A. (2021). *Implementasi Metode Pulse Width Modulation (PWM) Sebagai*

*Kendali Lampu Belajar Secara Otomatis Berbasis Arduino*. Jurnal CyberTech, 1(3), 196–206. <https://ojs.trigunadharma.ac.id/>

P.S. Bimbhra. (2022). *Power-Electronics*. Khanna Publisher.

Rahman, F., Saleh, A., & Kurnia Setiawan, D. (2014). *Pengendalian Tegangan Inverter 3 Fasa Menggunakan Space Vector Pulse Width Modulation (SVPWM) Pada Beban Fluktuatif*. Berkala Sainstek, II(1), 12–16.

Setiyono. (2022). *Desain Pembangkit Pulsa Penyalaan Inverter 3 Fasa Menggunakan Space Vector Pulse Width Modulation (SVPWM)*. Jurnal Ilmiah Teknologi Dan Rekayasa, 27(3), 226–243. <https://doi.org/10.35760/tr.2022.v27i3.5079>

Thiam, M., Sy, B., Diop, M., Ndiaye, A., Gueye, S., Ngom, I., & Diao, O. (2019). *Comparison of Some PWM Techniques for Control of a Single-Phase Inverter*. Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology, 16(5), 175–184. <https://doi.org/10.19026/rjaset.16.5385>